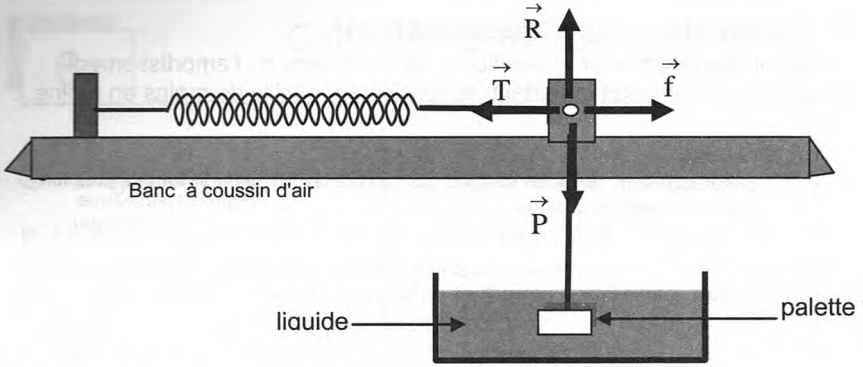

Appliquons le théorème du centre d'inertie. au solide (S) :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a} \;;$$

soit après projection sur l'axe orienté $\vec{x'x}$: $-Kx - h.v = m\,a$;

ou encore : $\mathbf{m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + Kx = 0}$.

® *Energie mécanique totale et sa non conservation :*

A une date t quelconque , l'énergie mécanique totale du pendule élastique (solide + ressort) est à tout instant : $\mathbf{E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2}$.

Justifions la non conservation de l'énergie mécanique E du système :
Dérivons l'énergie mécanique E par rapport au temps , soit :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2\right) = K.x.\frac{dx}{dt} + m.\frac{dx}{dt}.\frac{d^2x}{dt^2} \;;$$

ou encore : $\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt}\left[m.\frac{d^2x}{dt^2} + K.x.\right]$;

or d'après l'équation différentielle , on a : $m.\frac{d^2x}{dt^2} + K.x = -h\frac{dx}{dt}$;

d'où : $\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt}.\left(-h\frac{dx}{dt}\right) = -h\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$, ou bien : $\mathbf{\frac{dE}{dt} = -hv^2}$.

On constate bien que $\frac{dE}{dt} < 0$, ce qui signifie que E décroît au cours du temps : le système { pendule , liquide } n'est pas conservatif (dissipatif) .
Les courbes de variation de E , de E_C et de Ep_e en fonction du temps sont données sur la figure ci-dessous :